

Tutoraggio Geometria

Dott. Ing. Alessio Ortu

Esercizio 1

Nello spazio si considerino la retta r ed il piano α di equazioni:

$$r: \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 1 - t \\ z = h t \end{cases} \quad \alpha : \quad x + y + z + 1 = 0$$

dove $h \in \mathbb{R}$. Determinare i valori di h per cui:

- r e α sono incidenti ed, in tal caso, determinare l'angolo ϕ da essi formato;
- r e α sono paralleli ed, in tal caso, determinare la *distanza*(r, α) fra di loro.

Esercizio 2

Considerate le rette r ed s di equazioni:

$$r: \begin{cases} x + y = 1 \\ x + z = 1 \end{cases} \quad s: \begin{cases} x - hy = h \\ x - z = h \end{cases}$$

con $h \in \mathbb{R}$, studiare le posizioni relative di r ed s al variare del parametro h .

Esercizio 3

Nello spazio si considerino il punto $P(1,2,3)$ ed il piano α di equazione $\alpha: x-y+z+2=0$

Quale delle seguenti affermazioni è vera?

- $dist(P, \alpha) = \frac{4}{\sqrt{3}}$
- il punto simmetrico a P rispetto al piano α è $Q(0,2,0)$;
- un vettore parallelo a α è $\vec{v}: \vec{i} - \vec{j} + \vec{k}$;
- la proiezione ortogonale di P su α è $P'(1,2,0)$

Esercizio 4

Scrivere l'equazione della sfera S avente centro nel punto $C(1, 0, -2)$ e soddisfacente ad una delle seguenti condizioni:

a) il raggio di S è 3;

b) S passa per il punto $A(0, 1, 0)$;

c) S è tangente al piano $\pi: x+2y-z-1=0$

d) S interseca il piano $\pi: x+2y-z-1=0$ secondo una circonferenza di raggio $r=1$

e) S è tangente alla retta $r: \begin{cases} x(t) = t + 1 \\ y(t) = 1 \\ z(t) = t + 2 \end{cases}$

f) S interseca la retta $r: \begin{cases} x(t) = t + 1 \\ y(t) = 1 \\ z(t) = t + 2 \end{cases}$ secondo una lunghezza 8

Esercizio 5

Determinare la sfera tangente al piano $\pi: x+y-z-1=0$ nel punto $P=(1, 1, 1)$ e passante per il punto $Q(2, 1, 0)$

Esercizio 6

Si consideri la sfera di equazione $x^2+y^2+z^2-z=0$. Quale delle seguenti affermazioni è vera?

a) S è una sfera di raggio immaginario;

b) S è tangente al piano di equazione $z=0$ in O ;

c) S ha centro in O ;

d) S contiene una circonferenza di raggio 2.